21. Space (l^p) ニ就イテ

阪大　木村直樹

(XII 18 受付)

Banach space ヲ E, ソノ係数ノ space (real or complex number) ヲ C トスル。E カラ C ヘノ凡テノ斉次 n 次連続 polynomial f ニ対シ常ニ

$$f(x_m) \longrightarrow 0$$

ナルトキ x_m ハ 0 ニ n-weak convergence スルトイヒ, $x_m \xrightarrow{n} 0$ トカク。之ヨリ $x_m \xrightarrow{1}$ ト所謂 weak convergence $x_m \longrightarrow 0$ トハ一致スル。

コヽデハ E ヲ (l^p) $(\infty > p \geqq 1)$ トシ, ソノ元ヲ

$$x = \{\xi_1, \xi_2, \cdots\cdots \xi_n, \cdots\cdots\}$$

ト表ハシ, 特ニ

$$f(x) = \sum_{\mu=1}^{\infty} a_\mu \xi_\mu^n$$

ナル形ノ polynomial 全体ヲ考ヘル。之ニヨリ上ノ如ク定義シタ收斂ヲ n次 proper weak convergence ト名付ケ $x_m \xrightarrow{(n)} 0$ トカクコトニスル。序ニ上ノ如キ pol. ヲ proper pol. ト呼ブコトニスル。

lemma 1.　n次 proper pol. ハ次ノ形デ表現出来ル。

$$f(x) = \sum_{\mu=1}^{\infty} a_\mu \xi_\mu^n$$

$$\text{但シ } \{a_\mu\} \in (l^{\frac{p}{p-n}}) \qquad 1 \leq n < p$$
$$\in (m) \qquad n \geqq p$$

之ヨリ n次 proper pol. ノ全体ニ一ツノ (l^q) ガ対応スルコトガワカル。

lemma 2 $\qquad x_m \xrightarrow{(n)} 0$ ナラバ $n \geqq l \geqq 1$ ナル l ニ就テ常ニ
$$x_m \xrightarrow{(l)} 0$$

theorem $\qquad n \geqq p$ ナラバ n 次 proper weak conv. ハ strong conv. ト一致スル

theorem $\qquad 1 \leqq n < p$ ナラバ n 次 proper weak conv. ハ weak conv. ト一致スル

之ヨリ容易ニワカルコトハ $n \geqq p$ ナルトキ

$$x_m \xrightarrow{n} 0 \qquad \text{ナラバ}$$
$$x_m \longrightarrow 0 \quad (\text{strong})$$

例ヘバ Hilbert space (l^2) ニ於テ凡テノ $\overset{\text{斉次}}{\text{二次 pol.}}$

$$f(x) = \sum_{\mu,\nu=1}^{\infty} a_{\mu\nu} \xi_\mu \xi_\nu$$

或ヒハ二次ノ proper ナ pol.

$$f(x) = \sum_{\mu=1}^{\infty} a_\mu \xi_\mu^2$$

ニ対シ常ニ
$$f(x_m) = \sum_{\mu,\nu} a_{\mu\nu} \xi_{m\mu} \xi_{n\nu} \longrightarrow 0 \; (m \to \infty)$$

或ヒハ
$$f(x_m) = \sum_{\mu=1}^{\infty} a_\mu \xi_{m\mu}^2 \longrightarrow 0 \; (m \to \infty)$$

ナラバ既ニ $\quad x_m \to 0 \quad (m \to \infty) \quad$ 即チ

$$\sum_{\mu=1}^{\infty} |\xi_{m\mu}|^2 \to 0 \quad (m \to \infty)$$

以上ハ (l^ℓ) 　強弱収斂ノ概念ガ一致スルトイフヨク知ラレタ定理

ノ一ツノ拡張ニナッテキルワカデス。